

QUANTENMECHANIK

Mariami Gachechiladze, David Gross

Übungsblatt 13 Abgabe: 18.07.21

In der letzten Vorlesung haben wir uns die Grundlagen des Quantencomputings und des Quantensuchalgorithmus angesehen. In diesem Übungsblatt geht es um weitere Details.

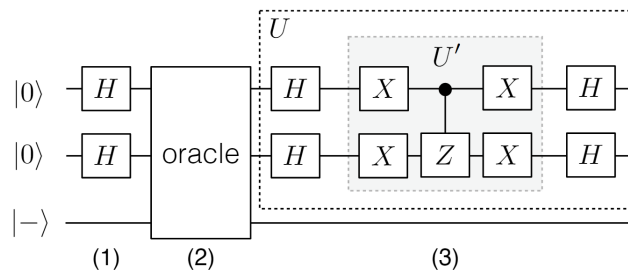
1 Grover-Algorithmus (5 P)

- a) (1 P) Zunächst allgemein: Sei f eine beliebige Funktion, die einen n -Bit-String x auf ein Bit abbildet, also $f(x) \in \{0, 1\}$. Zeigen Sie, dass die folgende Transformation T_f unitär ist:

$$T_f : |x, y\rangle \mapsto |x, y \oplus f(x)\rangle.$$

Dabei ist $y \in \{0, 1\}$ und \oplus ist eine Addition modulo 2.

- b) (1 P) Wir betrachten nun den Quantensuchalgorithmus für die Suche auf einem Raum von $N = 4$ Elementen, die in den Zwei-Qubit-Zuständen $|00\rangle$, $|01\rangle$, $|10\rangle$ und $|11\rangle$ kodiert sind. Weiter nehmen wir in diesem Beispiel an, dass das gesuchte Element $x_0 = 11$ ist. Das "oracle" im Schaltkreis unten ist also T_f , wobei f genau bei 11 den Wert 1 annimmt. Geben Sie die



Matrixdarstellung für T_f bezüglich der Produktbasis $|000\rangle, \dots, |111\rangle$ an.

- c) (1 P) Zeigen Sie, dass der oben gezeigte Schaltkreis eine Runde der Grover-Suche realisiert. Zeigen Sie dazu, dass der in der gestrichelten Box gezeigte Teilschaltkreis U den Reflektionsoperator

$$U = 2|\psi\rangle\langle\psi| - \mathbb{1}$$

implementiert, wobei $|\psi\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$.

- d) (2 P) Bestimmen Sie den Endzustand der ersten beiden Qubits, nachdem Sie die gesamte Schaltung in der Abbildung angewendet haben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das gewünschte Element $x_0 = 11$ zu finden, wenn nach einem Grover-Iterationsschritt gemessen wird?